

Задача 1. Дано натуральное число N . Для того, чтобы найти целое число, ближайшее к \sqrt{N} , воспользуемся следующим способом: найдем среди квадратов натуральных чисел число a^2 , ближайшее к числу N ; тогда a и будет искомым числом. Обязательно ли этот способ даст правильный ответ?

Задача 2. В футбольном чемпионате участвовали 16 команд. Каждая команда сыграла с каждой по одному разу, за победу давалось 3 очка, за ничью 1 очко, за поражение — 0. Назовем команду успешной, если она набрала хотя бы половину от наибольшего возможного количества очков. Какое наибольшее количество успешных команд могло быть в турнире?

Задача 3. На параболе $y = x^2$ выбраны четыре точки A, B, C, D так, что прямые AB и CD пересекаются на оси ординат. Найдите абсциссу точки D, если абсциссы точек A, B и C равны a, b и c соответственно.

Задача 4. Верно ли, что к любому числу, равному произведению двух последовательных натуральных чисел, можно приписать в конце какие-то две цифры так, что получится квадрат натурального числа?

Задача 5. В кинотеатре 7 рядов по 10 мест каждый. Группа из 50 детей сходила на утренний сеанс, а потом на вечерний. Докажите, что найдутся двое детей, которые на утреннем сеансе сидели в одном ряду и на вечернем тоже сидели в одном ряду.

Задача 6. Две команды КВН участвуют в игре из четырех конкурсов. За каждый конкурс каждый из шести судей выставляет оценку — целое число от 1 до 5; компьютер находит среднее арифметическое оценок за конкурс и округляет его с точностью до десятых. Победитель определяется по сумме четырех полученных компьютером значений. Может ли оказаться, что сумма всех оценок, выставленных судьями, у проигравшей команды больше, чем у выигравшей?

Задача 7. Велосипедист путешествует по кольцевой дороге, двигаясь в одном направлении. Каждый день он проезжает 71 км и останавливается ночевать на обочине. На дороге есть аномальная зона длины 71 км. Если велосипедист останавливается в ней на ночлег на расстоянии u км от одной границы зоны, просыпается он в противоположном месте зоны, на расстоянии u км от другой ее границы. Докажите, что в каком бы месте велосипедист ни начал свое путешествие, рано или поздно он остановится в нем на ночлег.

Задача 8. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC выбрана точка K, для которой $CK = BC$. Отрезок CK пересекает биссектрису AL в её середине. Найдите углы треугольника ABC.

Дополнительные задачи

Задача 9. Через терминалы оплаты на мобильный телефон можно перевести деньги, при этом взимается комиссия — целое положительное число процентов. Федя положил целое количество рублей на мобильный телефон, и его счёт пополнился на 847 рублей. Сколько денег положил на счёт Федя, если известно, что комиссия менее 30 процентов?