

**Задача 1.** Точки  $M$  и  $N$  лежат на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ . Известно, что  $\angle ABM = \angle ACB$  и  $\angle CBN = \angle BAC$ . Докажите, что треугольник  $BMN$  - равнобедренный.

**Задача 2.** Треугольник  $ABC$  - равнобедренный ( $AB = BC$ ). Отрезок  $AM$  делит его на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AB$  и  $MC$ . Найдите угол  $B$ .

**Задача 3.** Докажите, что в любом треугольнике сумма медиан больше полупериметра, но меньше периметра.

**Задача 4.** Медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена. Докажите, что треугольник прямоугольный.

**Задача 5.** Даны 100 отрезков. Известно, что из любых трех можно составить треугольник. Длины двух первых отрезков равны 7 и 4. Какие длины могут иметь остальные отрезки?

**Задача 6.** В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $BK$ . Известно, что  $\angle AKB : \angle CKB = 4 : 5$ . Найдите  $\angle A - \angle C$ .

**Задача 7.** В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на гипотенузе  $AB$  взяты точки  $K$  и  $M$ , причем  $AK = AC$  и  $BM = BC$ . Найдите угол  $MCK$ .

**Задача 8.** На плоскости отметили пять точек  $A, B, C, D, E$ , никакие три из которых не лежат на одной прямой. Их соединили отрезками:  $AC, CE, EB, BD, DA$ . В результате получилась пятиконечная звезда. Докажите, что

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180$$

**Задача 9.** В треугольнике  $ABC$   $\angle B = 20^\circ$ ,  $\angle C = 40^\circ$ . Биссектриса  $AD$  равна 2. Найдите разность длин сторон  $BC$  и  $AB$ .

#### Дополнительные задачи

**Задача 10.** Муха сидит в вершине  $X$  деревянного куба. Как ей переползти в противоположную вершину  $Y$ , двигаясь по самому короткому пути?

**Задача 11.** Барон Мюнхгаузен утверждает, что пустил шар от борта бильярдного стола, имеющего форму правильного треугольника так, что тот, отражаясь от бортов, прошёл через некоторую точку три раза в трех различных направлениях и вернулся в исходную точку. Могло ли это быть правдой? (Отражение шара от борта происходит по закону "угол падения равен углу отражения")

**Задача 12.** На прямоугольном куске хлеба лежит кружок колбасы. Как разрезать (по прямой) этот бутерброд на две части, чтобы и хлеб и колбаса разделились поровну?