

Задача 1. Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC . Известно, что $\angle ABM = \angle ACB$ и $\angle CBN = \angle BAC$. Докажите, что треугольник BMN - равнобедренный.

Задача 2. Треугольник ABC - равнобедренный ($AB = BC$). Отрезок AM делит его на два равнобедренных треугольника с основаниями AB и MC . Найдите угол B .

Задача 3. Докажите, что в любом треугольнике сумма медиан больше полупериметра, но меньше периметра.

Задача 4. Медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена. Докажите, что треугольник прямоугольный.

Задача 5. Даны 100 отрезков. Известно, что из любых трех можно составить треугольник. Длины двух первых отрезков равны 7 и 4. Какие длины могут иметь остальные отрезки?

Задача 6. В треугольнике ABC проведена биссектриса BK . Известно, что $\angle AKB : \angle CKB = 4 : 5$. Найдите $\angle A - \angle C$.

Задача 7. В прямоугольном треугольнике ABC на гипотенузе AB взяты точки K и M , причем $AK = AC$ и $BM = BC$. Найдите угол MCK .

Задача 8. На плоскости отметили пять точек A, B, C, D, T , никакие три из которых не лежат на одной прямой. Их соединили отрезками: AC, CE, EB, BD, DA . В результате получилась пятиконечная звезда. Докажите, что

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180$$

Задача 9. В треугольнике ABC $\angle B = 20^\circ$, $\angle C = 40^\circ$. Биссектриса AD равна 2. Найдите разность длин сторон BC и AB .

Дополнительные задачи

Задача 10. Муха сидит в вершине X деревянного куба. Как ей переползти в противоположную вершину Y , двигаясь по самому короткому пути?

Задача 11. Барон Мюнхгаузен утверждает, что пустил шар от борта билльярдного стола, имеющего форму правильного треугольника так, что тот, отражаясь от бортов, прошёл через некоторую точку три раза в трех различных направлениях и вернулся в исходную точку. Могло ли это быть правдой? (Отражение шара от борта происходит по закону "угол падения равен углу отражения")

Задача 12. На прямоугольном куске хлеба лежит кружок колбасы. Как разрезать (по прямой) этот бутерброд на две части, чтобы и хлеб и колбаса разделились поровну?