

Задача 1. а) Докажите, что в любой футбольной команде есть два игрока, которые родились в один и тот же день недели.

б) В ковре размером 4×4 метра моль проела 15 дырок. Докажите, что из него можно вырезать коврик размером 1×1 метр, не содержащий внутри себя дырок.

Задача 2. Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся две одноцветные точки на расстоянии 1 метр друг от друга.

Задача 3. Докажите, что в любом наборе из 27 чисел найдутся два числа, разность которых делится на 26.

Задача 4. Каждая клетка таблицы 2015×2015 покрашена в один из 2014 цветов. За ход можно взять строку или столбец и, если там есть две клетки одного цвета, перекрасить эту строку или столбец в этот цвет. Можно ли за несколько ходов покрасить всю таблицу в один цвет?

Задача 5. На Марсе суша занимает больше половины всей площади. Доказать, что марсиане могут прорыть через центр планеты шахту, соединяющую сушу с сушей.

Задача 6. Докажите, что в любой компании найдутся два человека, имеющие одинаковое число знакомых в данной компании.

Задача 7. Несколько футбольных команд проводят турнир в один круг. Докажите, что в любой момент турнира найдутся две команды, сыгравшие к этому моменту одинаковое число матчей.

Задача 8. В Москве проживает более 10 000 000 людей. На голове у каждого человека не может быть более 300 000 волос. Докажите, что наверняка найдутся 34 москвича с одинаковым числом волос на голове.

Дополнительные задачи

Задача 9. Докажите, что среди чисел, записываемых одними единицами, найдется число, делящееся на 2015.

Задача 10. Верно ли, что в вашей аудитории есть по крайней мере два человека, имеющие одинаковое число друзей в этой аудитории. Верно ли это для любой аудитории?

Задача 11. Имеется клетчатая доска размером а) 10×10 ; б) 11×11 . Играют двое. За один ход разрешено в любом столбце или в любой строке закрасить сколько угодно стоящих подряд незакрашенных клеток. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет при правильной игре и как он должен играть?