

Определение. Простое число - натуральное число, большее единицы, которое делится нацело только на единицу и само себя. Остальные натуральные числа, большие единицы, называют составными. Единицу не относят ни к составным, ни к простым числам.

Основная теорема арифметики. Каждое натуральное число можно разложить на простые множители, причём такое разложение единственно с точностью до перестановки этих множителей.

Задача 1. а) Может ли число 2^n оканчиваться нулём при каком-нибудь натуральном n ? б) Может ли квадрат натурального числа оканчиваться ровно пятью нулями?

Задача 2. Может ли сумма трёх различных натуральных чисел делиться на каждое из слагаемых?

Задача 3. Ковбой Билл зашёл в бар и попросил у бармена бутылку виски за 3 доллара и шесть коробков непромокаемых спичек, цену которых он не знал. Бармен потребовал с него 11 долларов 80 центов (1 доллар = 100 центов), и в ответ на это Билл вытащил револьвер. Тогда бармен пересчитал стоимость покупки и исправил ошибку. Как Билл догадался, что бармен пытался его обсчитать?

Задача 4. Натуральное число умножили на произведение его цифр и получили : а) 1533; б) 366. Найдите исходное число в каждом из этих случаев.

Задача 5. Петя собирается все 90 дней каникул провести в деревне и при этом каждый второй день (то есть через день) ходить купаться на озеро, каждый третий — ездить в магазин за продуктами, а каждый пятый день — решать задачи по математике. (В первый день Петя сделал и первое, и второе, и третье и очень устал.) Сколько будет у Пети «приятных» дней, когда нужно будет купаться, но не нужно ни ездить в магазин, ни решать задачи? Сколько «скучных», когда совсем не будет никаких дел?

Задача 6. В магическом квадрате суммы цифр в каждой строке, в каждом столбце и на обеих диагоналях равны. Можно ли составить магический квадрат 3×3 из первых 9 простых чисел?

Задача 7. Приведите пример натурального числа, у которого ровно 2014 делителей.

Задача 8. На доске были написаны 10 последовательных натуральных чисел. Когда стёрли одно из них, то сумма девяти оставшихся оказалась равна 2011. Какое число стёрли?

Задача 9. Сколько различных делителей у числа : а) 81; б) 36; в) $2^4 \cdot 5^7 \cdot 11^5$; г) $p^a \cdot q^b \cdot r^c$ (p, q, r - различные простые числа, a, b, c - натуральные)?

Дополнительные задачи

Задача 10. Число $2n$ имеет ровно 15 различных делителей. Сколько различных натуральных делителей может иметь число n ?

Задача 11. Докажите, что натуральное число является квадратом тогда и только тогда, когда оно имеет нечётное число делителей.