

В приведённых ниже задачах описаны правила различных игр. Требуется указать выигрышную стратегию для одного из игроков.

Стратегия — это набор правил, по которым игрок должен делать свои ходы в зависимости от ходов противника, чтобы выиграть. Для игрока, делающего первый ход, стратегия должна включать в себя и описание первого хода

Игры-шутки (исход игры не зависит от ходов противников)

Задача 1. В строчку выписано 100 единиц. Кирилл и Даниил по очереди ставят между какими-нибудь двумя соседними единицами знак плюс или минус. Когда между всеми соседними числами поставлены знаки, вычисляется результат. Если полученное число чётно, то выигрывает Кирилл, в противном случае — Даниил. Кто выиграет, если начинает Кирилл?

Задача 2. На доске написано 10 единиц и 10 двоек. Двое играют по следующим правилам: за ход разрешается стереть две любые цифры и, если они были одинаковыми, написать двойку, а если разными — единицу. Если последняя оставшаяся на доске цифра — единица, то выиграл первый игрок, если двойка — то второй. Кто выиграет?

Задача 3. Маша и Ваня по очереди ломают шоколадку «Алёнка» размером 6×8 . За один ход можно сделать прямолинейный разлом любого из кусков вдоль углубления. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет, если первый разлом делает Маша?

Симметричные стратегии

Задача 4. Остап Бендер провел сеанс одновременной игры в шахматы с двумя гроссмейстерами, причем с одним из соперников он играл чёрными фигурами, а с другим — белыми. За этот сеанс Остап получил 1 очко. (За победу в шахматной партии дается 1 очко, за ничью пол-очка, за поражение — 0 очков.) Как он смог этого добиться?

Задача 5. а) Имеются две кучки по 10 спичек. Двое по очереди берут спички, причём за один ход разрешается брать любое количество спичек, но только из одной кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

б) А если в одной кучке 20, а в другой 30?

Задача 6. В каждой клетке доски 7×7 стоит шашка. Двое по очереди снимают с доски любое количество подряд идущих шашек либо из одного вертикального, либо из одного горизонтального ряда. Выигрывает снявший последнюю шашку. Укажите выигрышную стратегию для первого игрока.

Задача 7. Двое по очереди кладут пятаки на круглый стол, причем так, чтобы они не накладывались друг на друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Дополнительные задачи

Задача 8. а) В кучке лежит 20 карандашей. Каляка и Маляка по очереди берут карандаши из кучки. За один ход разрешается взять от 1 до 4 карандашей. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет, если начинает игру Каляка?

б) А если за один ход разрешается брать от 1 до 5 карандашей?

Задача 9. В кучке 25 камней. Двое по очереди берут из кучки 2, 4 или 7 камней. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

Задача 10. Игра начинается с числа 60. За ход разрешается уменьшить имеющееся число на любой из его делителей. Проигрывает тот, кто получит ноль. Кто выигрывает при правильной игре?

Задача 11. На доске написано число 2. За ход можно к записанному числу прибавить один из его делителей, отличный от самого числа. Проигрывает тот, кто получит число большее 1000. Докажите, что у первого игрока есть выигрышная стратегия.