

Шахматные задачи

10. Сколькими способами на доске 5×5 можно расположить 5 ферзей, чтобы они не били друг друга? Способы, отличающиеся поворотами и симметрией считаются различными.

20. Шахматную доску по границам клеток разрезали на различные прямоугольники. Какое наибольшее число прямоугольников могло получиться? Прямоугольники считаются одинаковыми, если их можно наложить друг на друга так, чтобы совпали цвета накладываемых клеток.

30. Какое наибольшее количество доминошек, занимающих две клетки, можно положить на шахматную доску, чтобы для любых двух доминошек конь мог сделать ход с какой-то клетки первой на какую-то клетку второй?

40. Какое наибольшее число фигур — коней и королей, не бьющих друг друга, можно поставить на шахматную доску?

50. Сколько ладей может стоять на шахматной доске, если каждая бьёт одинаковое число ладей? Укажите все варианты.

60. Шахматную доску удалось по границам клеток разрезать на $3n$ квадратов. Укажите все возможные значения n .

Геометрия

10. Треугольник разрезали по всем его трем биссектрисам так, что получилось 6 треугольников. Сколько среди них может оказаться равносторонних? Укажите все варианты.

20. В равнобедренном треугольнике биссектриса угла при основании равна основанию. Найдите углы треугольника (в градусах).

30. На клетчатой бумаге отмечены четыре узла сетки, образующие квадрат 4×4 . Вася отметил ещё два узла и соедините их замкнутой ломаной так, чтобы получился шестиугольник (не обязательно выпуклый) наименьшей возможной площади. Чему равна эта площадь?

40. В треугольнике ABC на стороне BC выбрана точка K так, что угол $BAK = 24^\circ$. На отрезке AK выбрана точка M так, что угол $ABM = 90^\circ$, $AM = 2BK$. Найдите величину угла B .

50. Веревку согнули в три раза, потом снова в три раза, после чего сделали разрез (не совпадающий с линиями сгибов). Веревка распалась на куски, длины двух из которых оказались равны 2 см и 6 см. Найдите возможную длину веревки.

60. В прямоугольном треугольнике ABC угол $C = 90^\circ$, угол $B = 40^\circ$. На сторонах AB и BC выбраны такие точки D и E соответственно, что $EAD = 5^\circ$ и $ECD = 10^\circ$. Найдите угол EDC .

Комбинаторика

10. Сколько решений имеет ребус $\text{Ч} \times \text{И} \times (\text{С} + \text{Л} + \text{О}) = 33$, если разным буквам соответствуют разные цифры, а одинаковым — одинаковые.

20. Какое наибольшее число очков могла набрать команда в игре «Математическая Абака», не получившая ни одной премии? (Командам выдано 6 тем по 6 задач.)

30. Иван Ильич купил четыре игрушки: самолёт, корабль, грузовик и подъёмный кран, чтобы подарить их трём своим внукам: Пете, Мише и Коле. Он хочет раздать все четыре игрушки и не хочет, чтобы кто-то из внуков остался без игрушки. Каким числом способов он может раздать игрушки?

40. Очень умные Петя и Вася выписывают четырёхзначные числа. Петя выписывает такие числа, у которых первая цифра равна сумме трёх других, а Вася такие, у которых последняя цифра равна сумме трёх других. Кто выпишет больше чисел и на сколько?

50. На столе в нескольких кучках лежит 15 спичек. Каждую минуту из каждой кучки берется по одной спичке, из которых образуется новая кучка. Какие кучки могут быть на столе после 2009-го хода?

60. На доске 100×100 расставлены числа 1, 2 и 3 так, что в каждом прямоугольнике 1×3 встречаются все три числа, а в углах стоят единицы. Если эту доску раскрасить в шахматном порядке, то сколько белых клеток будут единицами?

Текстовые задачи и логика

10. В ряд стоят три бога — Бог Правды, Бог Лжи и Бог Дипломатии. Бог правды говорит только правду, Бог Лжи всегда лжет, а Бог Дипломатии может как солгать, так и сказать правду. Первого спрашивают: „Кто стоит рядом с тобой?” Он отвечает: „Бог Правды”. Второго спрашивают: „Кто ты?” — „Бог Дипломатии”. Третьему задают вопрос: „Кто рядом с тобой?” — „Бог Лжи”. Кто стоит посередине?

20. Сережа отпил $\frac{1}{4}$ стакана черного кофе, долил молоком, хорошенько размешал, выпил $\frac{1}{5}$ стакана, снова долил молоком и размешал, затем отпивал $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{7}$ стакана, каждый раз доливая молоком и размешивая. В другой раз он сначала отпил $\frac{1}{7}$ стакана кофе, долил молоком и размешал, затем отпил $\frac{1}{6}$ стакана и т.д. до $\frac{1}{4}$ стакана. В какой раз Сережа выпил больше кофе и на сколько? Объем стакана — 250 мл.

30. Фермер посадил 233 индейки в 6 клеток, расположенных вдоль аллеи. Известно, что в одной из крайних клеток больше всего птиц, в другой — меньше всего, причем разница составляет 13 птиц. В клетке 3 на 6 птиц больше, чем в клетке 2. В клетке 5 на 2 птицы меньше, чем в клетке 1. В клетке 4 тридцать пять птиц, на три больше, чем в той клетке, где их меньше всего. Сколько птиц во второй клетке?

40. На острове, где живут только всегда правдивые рыцари и всегда лгущие лжецы, в теледебатах участвовали 9 кандидатов с номерами от 1 до 9. Каждый кандидат заявил „Кандидат, чей номер равен последней цифре квадрата моего номера — рыцарь”. Впоследствии выяснилось, что не все кандидаты были лжецами, но и рыцарей среди них было не более трех. Кто из них лжец, а кто — рыцарь?

50. В пяти коробках лежат финики. Известно, что в С лежит треть фиников коробки Е, а в В — вдвое больше, чем в С и Е вместе взятых. В коробке А вдвое меньше фиников, чем в Е, и на 10 меньше, чем в D. В коробке В вчетверо больше фиников, чем в D. Сколько всего фиников во всех коробках?

60. На вопрос: «Сколько вам лет?» марсианки переглянулись. Одна из них улыбнулась и сказала: «Ми недавно исполнилось 22 месяца, а вот Ме постарше, ей 21 миллион лет». Вторая тоже улыбнулась: «На самом деле Ми — 21 миллион лет, а вот Мо всего 19 тысяч лет». И здесь рассмеялась третья: «Мо в действительности всего 18 недель, 21 миллион лет на самом деле Ма». А четвертая честно сообщила, что ровесниц среди них нет, и в каждом ответе одно высказывание верно, а другое — нет. Определите возраст каждой.

Числа

10. Если от трехзначного числа отнять 7, оно разделится на 7; если отнять 8, оно разделится на 8; если отнять 9 — оно разделится на 9. Найдите это число.

20. Найти четное число, равное $\frac{1}{50}$ суммы всех предшествующих ему нечетных натуральных чисел.

30. Известно, что остаток от деления некоторого простого числа на 60 равен составному числу. Какому?

40. Найти три различных натуральных числа, не больших 16, сумма обратных величин которых равна $\frac{1}{2}$.

50. В выражении МАТЕМ + АТИКА каждая буква обозначает цифру, причем разные буквы обозначают разные цифры. Найдите максимально возможное значение этой суммы.

60. Найдите все натуральные числа, которые в 33 раза больше суммы своих цифр.