

Задача 1. На гипотенузе АВ прямоугольного треугольника АВС выбрана точка К, для которой $CK = BC$. Отрезок СК пересекает биссектрису AL в её середине. Найдите углы треугольника АВС.

Задача 2. Высоты AA' и BB' треугольника АВС пересекаются в точке Н. Точки Х и У - середины отрезков АВ и СН соответственно. Докажите, что прямые ХУ и $A'B'$ перпендикулярны.

Задача 3. На сторонах АВ и ВС треугольника АВС выбраны точки К и М соответственно так, что $KM \parallel AC$. Отрезки АМ и КС пересекаются в точке О. Известно, что $AK = AO$ и $KM = MC$. Докажите, что $AM = KB$.

Задача 4. В треугольник АВС с прямым углом С вписана окружность, касающаяся стороны АС, ВС и АВ в точках М, К, и N соответственно. Через точку К провели прямую, перпендикулярную отрезку MN. Она пересекает катет АС в точке Х. Докажите, что $CK = AX$.

Задача 5. Треугольники АВС и $A_1B_1C_1$ - равнобедренные прямоугольные(стороны АВ и A_1B_1 - гипотенузы.) Известно, что точка C_1 лежит на стороне ВС, точка B_1 лежит на стороне АВ, а точка A_1 лежит на стороне АС. Докажите, что $AA_1 = 2CC_1$.

Задача 6. В треугольнике АВС длина медианы ВМ равна длине стороны АС. На продолжениях сторон ВА и АС выбраны точки D и Е соответственно так, что выполняются равенства $AD = AB$ и $CE = CM$. Докажите, что прямые DM и BE перпендикулярны.

Задача 7. Точки М и N - середины боковых сторон АВ и CD трапеции АВСД. Перпендикуляр, опущенный из точки М на диагональ АС, и перпендикуляр, опущенный из точки N на диагональ BD, пересекаются в точке Р. Докажите, что $PA = PD$