

Задача 1. На гипотенузе АВ прямоугольного треугольника ABC выбрана точка К, для которой $СК = ВС$. Отрезок СК пересекает биссектрису AL в её середине. Найдите углы треугольника ABC.

Задача 2. Высоты AA' и BB' треугольника ABC пересекаются в точке Н. Точки Х и У - середины отрезков АВ и СН соответственно. Докажите, что прямые ХУ и А'В' перпендикулярны.

Задача 3. На сторонах АВ и ВС треугольника ABC выбраны точки К и М соответственно так, что $КМ \parallel AC$. Отрезки AM и KC пересекаются в точке О. Известно, что $AK = AO$ и $KM = MC$. Докажите, что $AM = KB$.

Задача 4. В треугольник ABC с прямым углом С вписана окружность, касающаяся стороны AC, BC и АВ в точках М, К, и N соответственно. Через точку К провели прямую, перпендикулярную отрезку MN. Она пересекает катет AC в точке Х. Докажите, что $СК = АХ$.

Задача 5. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ - равнобедренные прямоугольные (стороны АВ и A_1B_1 - гипотенузы.) Известно, что точка C_1 лежит на стороне ВС, точка B_1 лежит на стороне АВ, а точка A_1 лежит на стороне AC. Докажите, что $AA_1 = 2CC_1$.

Задача 6. В треугольнике ABC длина медианы ВМ равна длине стороны AC. На продолжениях сторон ВА и AC выбраны точки D и E соответственно так, что выполняются равенства $AD = AB$ и $CE = CM$. Докажите, что прямые DM и BE перпендикулярны.

Задача 7. Точки М и N - середины боковых сторон АВ и CD трапеции ABCD. Перпендикуляр, опущенный из точки М на диагональ AC, и перпендикуляр, опущенный из точки N на диагональ BD, пересекаются в точке Р. Докажите, что $РА = РD$