

Решить уравнение в целых числах означает найти все целые числа (или пары, тройки чисел и т. д. — смотря сколько переменных в уравнении), при подстановке которых в уравнение на место переменной (переменных) оно обращается в верное равенство, либо доказать, что таких целых чисел нет.

**Задача 1.** Найдите все решения уравнений в целых числах: а)  $x - y = 0$ ; б)  $3x - 5y = 0$ ; в)  $15x - 9y = 0$

**Задача 2.** У фонарного столба стоит человек. Он может делать 5 или 7 шагов влево или вправо от столба. Сможет ли он оказаться в 3-х шагах справа от столба? Если сможет, то как он должен делать шаги?

**Задача 3.** В уравнении  $3x + 5y = 13$ , выразив у через x, постройте график прямой  $y = f(x)$ . Определите по графику, какие точки  $(x, y)$  на нем имеют целые координаты. С какими периодами по осям  $Ox$  и  $Oy$  повторяются эти координаты?

**Задача 4.** Решите в целых числах уравнения: а)  $(2x + y)(5x + 3y) = 7$ ;

б)  $x^2 - y^2 = 5$ ;

в)  $x^2 - y^2 = 15$ .

**Задача 5.** Квадрат разрезан на 35 квадратов размером  $1 \times 1$  и один квадрат большего размера. Какого именно?

**Задача 6.** Найдите все простые числа p и q, для которых выполняется равенство  $p^2 - 2q^2 = 1$ .

**Задача 7.** Решите в натуральных числах уравнение  $x + \frac{1}{y+\frac{1}{z}} = \frac{10}{7}$

**Задача 8.** Решите в целых числах уравнение  $x(x + 1) = 4y(y + 1)$ .

**Задача 9.** Вы предлагаете товарищу умножить число даты его рождения на 12, а номер месяца — на 31. Он сообщает вам сумму обоих произведений, и вы вычисляете по ней дату рождения. Как?

**Задача 10.** Докажите, что уравнение в целых числах  $x^2 - 2y^2 = 0$  имеет единственное решение.