

МГУ имени М.В. Ломоносова
«Развитие интеллектуальных способностей математически одаренных школьников
и повышение качества математического образования»

Универсальная методическая разработка

для элективного курса по решению
нестандартных и олимпиадных задач
в средних ОУ г. Москвы

10 стартовых занятий

5–7 классы

Составители: С.Л. Кузнецов, Н.П. Стрелкова

Часть 1. Раздаточный материал

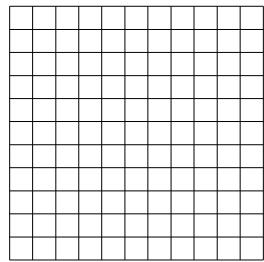
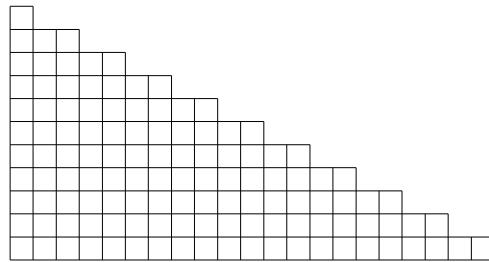
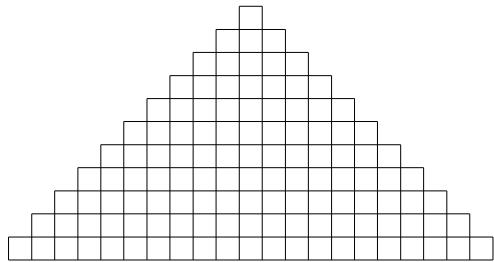
Москва, 2014

Содержание

Листок 1	2
Листок 2	3
Листок 3	4
Листок 4	5
Листок 5	6
Листок 6	7
Листок 7	8
Листок 8	9
Листок 9	10
Правила игры «Математический аукцион»	11
Правила для участников игры	12
Задания для игры «Математический аукцион»	13
Диагностическая работа	14
Ответы к диагностической работе	15

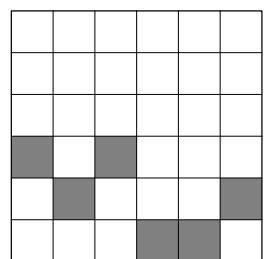
Листок 1

- 1** Зайцы пилият бревно. Они сделали 10 распилов. Сколько получилось чурбачков?
- 2** Аня попала в Зазеркалье, где встретила свое отражение — Яну. Потом Яна попала в свое Зазеркалье, где встретила свое отражение — конечно же, Аню-2! Аня-2 попала в свое Зазеркалье, где была Яна-2. И так происходило достаточно долго, пока зеркало не разбилось. Назовите, как звали 1001-ю девочку.
- 3** На столе лежат в ряд пять монет: средняя — вверх орлом, а остальные — вверх решкой. Разрешается одновременно перевернуть три рядом лежащие монеты. Можно ли при помощи нескольких таких переворачиваний положить монеты так, чтобы крайние слева и справа лежали орлом вверх, а остальные — решкой?
- 4** Пять первоклассников стояли в шеренгу и держали 37 флагжков. У всех первоклассников, стоящих справа от Тани, вместе — 14 флагжков, справа от Яши — 32, справа от Веры — 20, справа от Максима — 8. Сколько флагжков у Даши? А у Яши?
- 5** Как из 1001 полоски бумаги шириной 1 и длинами 1, 2, …, 1001 составить прямоугольник, длина и ширина которого больше 1? *Нужно использовать все полоски.*
- 6** В какой из нарисованных ниже фигурок больше клеточек?



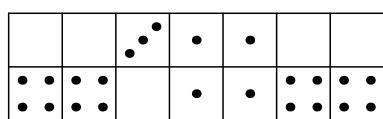
Дополнительные задачи

- 7** 12-метровое бревно распилили на 3-метровые чурбаки за 12 минут. А за сколько времени 12-метровое бревно можно распилить на 1-метровые чурбаки?
- 8** В квадрате 6×6 некоторые клетки закрашены свежей краской так, как показано на рисунке. Если перегнуть квадрат по любой линии сетки, а затем разогнуть обратно, то клетки, которые при перегибании совместятся с закрашенными, тоже закрасятся.
- a) Можно ли закрасить весь квадрат, совершив не более четырёх таких перегибаний?
- б) А хватит ли трёх перегибаний?



Листок 2

- 1** У деревянного куба отпилили один угол. Сколько углов осталось?
- 2** После битвы со Змеем Горынычем три богатыря заявили:
Добрыня Никитич: „Змея убил Алёша Попович”.
Илья Муромец: „Змея убил Добрыня Никитич”.
Алёша Попович: „Змея убил я”.
Кто убил змея, если только один из богатырей сказал правду?
- 3** Расстояние между столбами изгороди равно 5 м. Сколько столбов понадобится, чтобы огородить треугольный участок со сторонами 20 м, 20 м и 30 м?
- 4** Сегодня суббота. Какой день недели будет через 77 дней? а через 2014 дней? А какой день недели был 2014 дней назад?
- 5** Разделите между тремя людьми семь бочонков, полных мёда, семь бочонков, наполненных мёдом наполовину, и семь пустых бочонков так, чтобы каждый получил поровну и мёда, и бочонков.
- 6** В коробке лежат костяшки домино (см. рисунок). Как расположены кости?

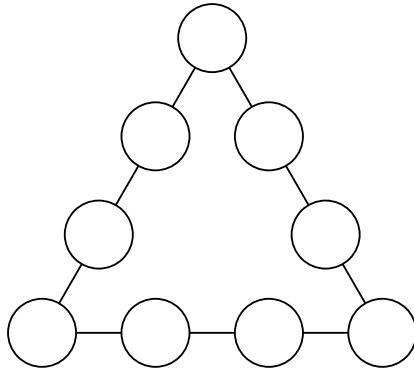


Дополнительные задачи

- 7** Король дал двум своим мудрецам задание: „Завтра на каждого из вас наденут либо белый, либо чёрный колпак, и каждому вручат две таблички — белую и чёрную. Вы увидите только колпака товарища, но не сможете обмениваться никакой информацией. По команде вы одновременно поднимете одну из табличек. Испытание будет пройдено, если хотя бы у одного из вас цвет колпака совпадёт с цветом поднятой им таблички“. У мудрецов есть ровно сутки, чтобы придумать, как справиться с головоломкой короля. Могут ли они гарантированно пройти испытание?
- 8** В комнате странной многоугольной формы стоит свеча, причём ни одна из стен не освещена полностью. Нарисуйте пример такой комнаты.

Листок 3

- 1** Два мальчика играют на гитарах, а один — на балалайке. Миша с Петей играют на разных инструментах, Петя с Юрой — тоже. На чём играет Миша?
- 2** Запах от цветущего кустика ландышей распространяется в радиусе 20 м вокруг него. Сколько цветущих кустиков ландышей необходимо посадить вдоль прямолинейной километровой аллеи, чтобы по всей её длине пахло ландышем?
- 3** На дворе осень. Какое время года будет
- через 240 месяцев?
 - через 999 месяцев?
 - через 1000 месяцев?
- 4** Расставьте числа 1, 2, 3, …, 9 в кружочках так, чтобы сумма чисел на каждой стороне треугольника равнялась 17.



- 5** Маша и Паша хотели купить по букварю, но Маше не хватало для покупки семи копеек, а Паше — одной копейки. Тогда они решили сложить свои деньги и купить один букварь на двоих, но денег всё равно не хватило. Сколько стоил букварь?
- 6** У подводного царя служат осьминоги с шестью, семью или восемью ногами. Те, у кого 7 ног, всегда лгут, а у кого 6 или 8 ног, всегда говорят правду. Встретились 4 осьминога. Синий сказал: „Вместе у нас 28 ног“, зелёный: „Вместе у нас 27 ног“, жёлтый: „Вместе у нас 26 ног“, красный: „Вместе у нас 25 ног“. У кого сколько ног?

Дополнительные задачи

- 7** В тёмной комнате на столе лежат 12 монет. Известно, что 6 из них лежат вверх орлом, остальные решкой. Вы можете переворачивать монеты, однако не можете на ощупь отличить орёл от решки. Как разделить монеты на две одинаковые группы так, чтобы в них было равное число монет, лежащих вверх орлом?
- 8** Как на стол поставить **a)** как можно меньше, **б)** ровно 8 одинаковых кубиков так, чтобы полностью были видны ровно 23 грани кубиков, а остальные грани видны не были? Смотреть можно со всех сторон! Грань *не видна* только в случае, если она соприкасается с другой гранью или со столом.

Листок 4

1 а) На столе лежат три яблока весом 200 г, 300 г и 400 г. Малыш, а затем Карлсон берут по яблоку и одновременно начинают их есть (с одинаковой скоростью). Тот, кто доел своё яблоко, берёт следующее; каждый хочет съесть как можно больше. Какое яблоко выбрать Малышу вначале?

б) А если есть ещё яблоко весом 450 г?

2 В городе живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Рыцари носят с собой шпагу, а лжецы — нет. Собрались вместе два рыцаря и два лжеца и посмотрели друг на друга. Кто из них мог сказать фразу: а) «Я рыцарь»; б) «Среди нас все рыцари»; в) «Среди вас есть ровно один рыцарь»; г) «Среди вас есть ровно два рыцаря»?

3 Малыш спрятал от Карлсона банку с вареньем в одну из трех разноцветных коробок. На коробках Малыш сделал надписи: на красной — «Здесь варенья нет»; на синей — «Варенье — здесь»; на зелёной — «Варенье — в синей коробке». Известно, что только одна из этих надписей правдива. В какой коробке Малыш спрятал варенье?

4 На бесконечной тропинке через каждый дюйм нарисована метка. На одной из отметок сидит хромой кузнецик, который умеет прыгать влево на 7 дюймов, а вправо — на 4 дюйма. а) Как кузнецику перепрыгнуть на одно деление правее? б) Как кузнецику перепрыгнуть на одно деление левее? в) Докажите, что кузнецик сможет допрыгать до любой отметки.

5 В ряд высадили 12 деревьев. Затем между каждыми двумя посаженными деревьями посадили еще по одному дереву. Затем эту операцию проделали еще три раза. Сколько всего деревьев посажено?

6 а) Нарисуйте фигуру из чётного числа клеточек, которую нельзя разрезать на «доминошки» (прямоугольники из двух клеток).

б) Оказывается, можно придумать такую фигуру, которую нельзя разрезать на доминошки, но если к ней пририсовать одну доминошку — получившуюся фигуру уже можно будет разрезать на доминошки. Нарисуйте пример такой фигуры (она не должна распадаться на части), пририсуйте к ней доминошку (заштрихуйте её) и покажите, как разрезать полученную фигуру на доминошки.

в) Какое наименьшее число клеток может быть в фигуре из пункта б)?

Дополнительные задачи

7 Составьте из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 магический квадрат, то есть разместите их в таблице 3×3 так, чтобы суммы чисел по строкам, столбцам и двум диагоналям были одинаковы.

8 Одноклассники Аня, Боря и Вася живут на одной лестничной клетке. В школу они идут с постоянными, но различными скоростями, не оглядываясь и не дожидаясь друг друга. Но если кто-то из них успевает догнать другого, то дальше он замедляется, чтобы идти вместе с тем, кого догнал. Однажды первой вышла Аня, вторым Боря, третьим Вася, и какие-то двое из них пришли в школу вместе. На следующий день первым вышел Вася, вторым Боря, третьей Аня. Могут ли все трое прийти в школу вместе?

Листок 5

1 На деревянной линейке отмечены только три деления: 0, 7 и 11 см. Отложите с её помощью отрезок

а) какой-нибудь длины, отличной от семи и одиннадцати сантиметров;

б) 8 см;

в) 5 см.

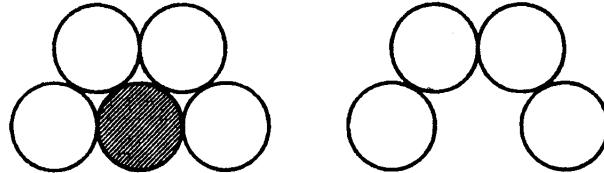
2 Малышу подарили игрушечного робота. Малыш включил его и долго наблюдал. Вот что он заметил: 1) Если сейчас робот кивает, то через минуту он моргает. 2) Если сейчас робот топает, то через минуту он хлопает. 3) Если сейчас робот пищит, то через минуту он кивает. 4) Если сейчас робот трещит, то через минуту он пищит. 5) Если сейчас робот моргает, то через минуту он топает. 6) Если сейчас робот хлопает, то через минуту он трещит. Сейчас робот пищит. Что он будет делать через 10 минут? а) через час?

3 По кругу стоят 12 детей. Мальчики всегда говорят правду мальчикам и врут девочкам, а девочки всегда говорят правду девочкам и врут мальчикам. Каждый из них сказал одну фразу своему соседу справа: «Ты — мальчик» или «Ты — девочка», причём первую из этих фраз сказали ровно 7 детей. Сколько девочек среди собравшихся детей?

4 Карлсон загадал число от 1 до 8, а Малыш пытается его угадать. Он задаёт Карлсону вопросы, на которые тот отвечает только «ДА» или «НЕТ». Как Малышу отгадать число за три вопроса?

5 Шёл суд по делу об украденной муке. Обвиняемых было трое: Болванщик, Мартовский Заяц и Соня. Мартовский Заяц заявил, что вор — Болванщик; Болванщик и Соня тоже дали свои показания, которые, однако, не были записаны. Суд также установил, что только один из обвиняемых украл муку, и лишь этот обвиняемый сказал правду. Кто украл муку?

6 Легко расположить на столе пять одинаковых монет, как показано на рисунке слева. Заберём одну монету (заштрихованную), а остальные смешаем. Не используя ничего, кроме этих четырёх монет, расположите их так, как показано на рисунке справа.



Дополнительные задачи

7 Какое наибольшее число брусков размером $1 \times 2 \times 2$ можно разместить (без пересечений) в кубе $3 \times 3 \times 3$?

8 Зайцы распилили несколько бревен. Они сделали 10 распилов и получили 16 чурбачков. Можно ли точно сказать, сколько бревен они распилили?

Листок 6

1 Иван Иванович купил собаку. Саша думает, что эта собака — чёрный пудель, Паша считает ее белой болонкой, а Маша — белым бультерьером. Известно, что каждый из ребят верно угадал либо породу, либо цвет шерсти собаки. Назовите породу собаки и цвет её шерсти.

2 а) Можно ли сложить бумажный квадрат так, чтобы затем одним взмахом ножниц разрезать его на 4 квадрата?
б) А на 9 квадратиков?

3 На батоне колбасы нарисованы тонкие поперечные кольца. Если разрезать по красным кольцам, получится 5 кусков, если по жёлтым — 7 кусков, а если по зелёным — 11 кусков. Сколько кусков колбасы получится, если разрезать по кольцам всех трёх цветов?

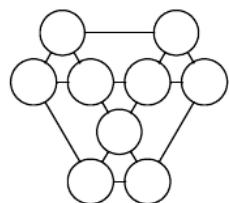
4 Ваня пошёл с папой в тир. Уговор был такой: Ване даются 10 патронов, и за каждое попадание в цель он получает ещё три патрона. Ваня сделал 14 выстрелов и ровно в половине из них он попал в цель. Сколько патронов осталось у Вани?

5 На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Островитянин Ой сказал своим друзьям: «Вчера мой сосед заявил мне, что он лжец!» Сможете ли вы определить, кем является Ой — рыцарем или лжецом?

6 На линейке длиной 9 см нет делений. Нанесите на неё три промежуточных деления так, чтобы ею можно отмерить любое целое число сантиметров от 1 до 9 включительно.

Дополнительные задачи

7 Впишите в кружки на рисунке числа от 1 до 9 так, чтобы суммы чисел, стоящих в вершинах каждого из семи равносторонних треугольников, были равны.



8 На доске записано число 61. Каждую минуту число стирают с доски и записывают на это место произведение его цифр, увеличенное на 13. Например, через минуту на доске запишут значение выражения $6 \cdot 1 + 13$, то есть 19. Какое число будет на доске через 10 минут? а через 100 минут?

Листок 7

1 Три ёжика делили три кусочка сыра массами 5 г, 8 г и 11 г. Лиса стала им помогать. Она может от любых двух кусочков одновременно отрезать и съесть по 1 г сыра. Сможет ли лиса оставить ёжикам равные кусочки сыра?

2 — У Вовы больше тысячи книг, — сказал Ваня.

— Нет, книг у него меньше тысячи, — возразила Аня.

— Одна-то книга у него наверняка есть, — сказала Таня.

Сколько книг может быть у Вовы, если истинно ровно одно из этих утверждений?

3 Ваня с папой снова пошли в тир. Уговор был прежний: Ване даются 10 патронов, и за каждое попадание в цель он получает ещё три патрона. На этот раз Ваня стрелял, пока патроны не кончились, и сделал всего 34 выстрела. Сколько раз он попал в цель?

4 Деревянный куб покрасили снаружи белой краской, каждое его ребро разделили на 4 равные части, после чего куб распилили так, что получились маленькие кубики, у которых ребро в 4 раза меньше, чем у исходного куба.

а) Сколько получилось маленьких кубиков?

б) Сколько из них с одной окрашенной гранью?

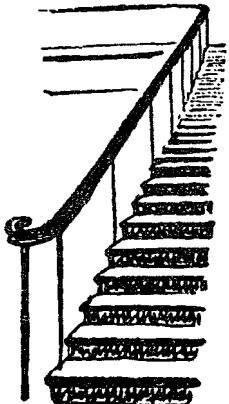
в) Сколько из них с двумя окрашенными гранями?

г) Сколько из них с тремя окрашенными гранями?

д) Сколько из них неокрашенных?

5 Очень хитрый киоскёр получил для продажи несколько пачек конвертов по 100 конвертов в каждой. 10 конвертов он отсчитывает за 10 секунд. Оказалось, что 70 конвертов он отсчитывает быстрее, чем 40. Как? А за сколько секунд он может отсчитать 360 конвертов?

6 Подсчитайте точно, сколько ступенек у лестницы на рисунке справа.



Дополнительные задачи

7 У куба шесть граней, и все они — квадраты. Придумайте другой многогранник, все грани которого — одинаковые квадраты.

8 Лёша выдал Паше и Ване по карточке. На каждой карточке написано натуральное число, причём Лёша утверждает, что эти числа отличаются на единицу, и просит ребят определить эти числа. Каждый из них посмотрел на свою карточку, но не показал её соседу. После чего они начали беседу.

Паша: „Я не знаю твоё число“.

Ваня: „Я тоже не знаю твоё число“.

Паша: „Я тоже не знаю твоё число“.

После ещё ста точно таких же реплик Ваня сказал, что знает число Паши. Какие числа были написаны на карточках?

Листок 8

1 Мартышка, Осёл и Козёл затеяли сыграть трио. Уселись чинно в ряд, Мартышка справа. Удалили в смычки, дерут, а толку нет. Поменялись местами, при этом Осёл оказался в центре. А трио всё нейдёт на лад. Пересели ещё раз. При этом оказалось, что каждый из трёх «музыкантов» успел посидеть и слева, и справа, и в центре. Кто где сидел на третий раз?

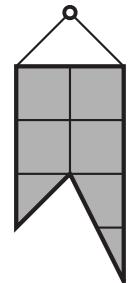
2 У папуаса, не умеющего считать, есть мешок кокосовых орехов. Путешественник Миклухо-Маклай предлагает ему обменять этот мешок на коробок спичек, утверждая, что спичек в коробке больше, чем кокосов в мешке. Как папуасу проверить, не обманывает ли его Маклай?

3 Есть маленькие песочные часы на три минуты и большие — на десять. Можно ли при помощи этих часов сварить яйцо, если для этого его требуется варить: **а**) ровно 19 минут; **б**) ровно 7 минут; **в**) ровно 4 минуты; **г**) ровно 5 минут, **д**) ровно 28 минут. **е**) Докажите, что с помощью этих часов можно отмерить любое целое число минут. (В какой момент начать варить яйцо, мы выбираем сами.)

4 Железный Дровосек одним ударом топора разбивает любой чурбак или полено на три части. Он хочет разбить чурбак на 33 части. Сколько ударов ему понадобится?

5 Однажды в четверг после дождя между двумя жителями острова Рыцарей и лжецов Тимом и Томом произошёл следующий диалог. «Ты можешь сказать, что я рыцарь», — гордо заявил Тим. «Ты можешь сказать, что я лжец», — грустно ответил ему Том. Кем являются Тим и Том?

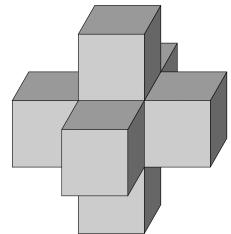
6 В стене имеется маленькая дырочка (точка). У хозяина есть флагшток, изображённый на рисунке справа. Покажите все точки, в которые можно вбить гвоздь так, чтобы флагшток закрывал дырку.



Дополнительные задачи

7 Семь игральных кубиков сложили в фигурку, как показано на рисунке. При этом кубики прикладывали друг к другу гранями с одинаковым числом точек. Сколько всего точек на видимых гранях этой конструкции?

8 Какое наименьшее число уголков из трёх клеток можно так расположить на доске 8×8 , что ещё один уголок туда уже не влезет?

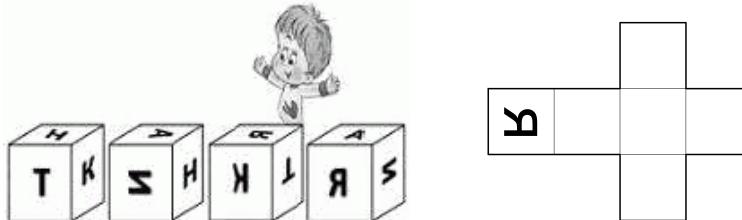


Листок 9

1 Сколько существует двузначных чисел? А трёхзначных? А 100-значных?

2 По двум телевизионным каналам одновременно начали показывать один и тот же фильм. На первом канале фильм разбили на части ровно по 20 минут каждая (длительность фильма в минутах нацело делилась на 20) и вставили между ними двухминутные рекламные паузы. А на втором канале фильм разбили на части ровно по 10 минут каждая и вставили между ними минутные рекламные паузы. На каком канале фильм закончится раньше?

3 Ребёнок поставил четыре одинаковых кубика так, что буквы на сторонах кубиков, обращённых к нему, образуют его имя (см. рисунок). Нарисуйте, как расположены остальные буквы на данной развёртке кубика, и определите, как зовут ребёнка.



4 Два мудреца написали на семи карточках числа от 1 до 7. После этого они перемешали карточки, первый мудрец взял себе три карточки, второй взял две, а оставшиеся они, не глядя, убрали в мешок. Изучив свои карточки, первый мудрец сказал второму: «Я знаю, что сумма чисел на твоих карточках чётна!» Какие числа написаны на карточках первого мудреца?

5 Вдоль дорожки между домиками Незнайки и Синеглазки росли в ряд цветы: 15 пионов и 15 тюльпанов вперемешку. Отправившись из дома в гости к Незнайке, Синеглазка поливала все цветы подряд. После 10-го тюльпана вода закончилась, и 10 цветов остались не политыми. Назавтра, отправившись из дома в гости к Синеглазке, Незнайка собирал для неё все цветы подряд. Сорвав 6-й тюльпан, он решил, что для букета достаточно. Сколько цветов осталось растя вдоль дорожки?

6 На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Путник встретил троих островитян и спросил каждого из них: «Сколько рыцарей среди твоих спутников?» Первый ответил: «Ни одного». Второй сказал: «Один». Что сказал третий?

Дополнительные задачи

7 Бабе-Яге подарили большие песочные часы на 5 минут и маленькие — на 2 минуты. Зелье должно непрерывно кипеть ровно 8 минут. Когда оно закипело, весь песок в больших часах находился в нижней половине, а в маленьких — какая-то (неизвестная) часть песка в верхней, а остальная часть — в нижней половине. Помогите Бабе-Яге отмерить ровно 8 минут. (Песок все время сыплется с постоянной скоростью. На переворачивание время не тратится.)

8 На гранях кубика расставлены числа от 1 до 6. Кубик бросили два раза. В первый раз сумма чисел на четырёх боковых гранях оказалась равна 12, во второй — 15. Что написано на грани, противоположной той, где написана цифра 3?

Правила математического аукциона

Часть 1. Основные правила

Ещё до начала занятия детям можно выдавать маленькие листочки с идеей игры. Чтобы они морально готовились.

Команды 2–4 человека.

В начале выдаются или объявляются условия нескольких задач. По мере того, как задачи разыгрываются и закрываются, выдаются условия следующих задач. Периодически ведущий объявляет, что подходит к концу времени, отведённое на решение некоторой задачи.

За право сдать/показать ответ нужно платить (как именно — см. ниже).

Предлагается два способа проводить аукцион, вы можете выбрать любой (или придумать свой). Первый способ азартнее, второй — проще.

Часть 2. Правила торгов, вариант 1. Настоящие торги

Правила торгов разумно подобно объяснять детям не в начале игры, а в начале первых торгов.

В самом конце времени, отведённого на решение задач блока, все команды сдают свои ответы на листочках (они пригодятся позже в пункте 4).

Ведущий объявляет, что время на решение задач истекло, и начинаются торги. Торги ведутся отдельно по каждой задаче. Дети поднимают руку и выкрикивают ставки. В начале игры каждая команда обладает капиталом в 30 (условных) монет.

За право рассказать своё решение у доски необходимо заплатить, и решение рассказывает та команда, которая назначит наибольшую цену в процессе торгов. Эту цену команда платит за право рассказать своё решение. Представитель команды выходит к доске, а **вы сразу отмечаете на доске, что капитал команды уменьшился**.

После того, как вышедший к доске игрок объяснил свой пример, а ведущий и остальные игроки проверили, верен ли он, на доске записывается результат выступления. Затем объявляются новые торги за право рассказать пример получше, и так далее, пока желающих улучшить достигнутое не останется.

После этого победителем раунда объявляется команда, построившая наилучший пример. Она получает назад в **УДВОЕННОМ РАЗМЕРЕ** монеты, уплаченные ею за право рассказать этот наилучший пример. То есть победившая команда **зарабатывает монеты в размере своей ставки**.

Если капитал команды не больше 5 монет (в том числе отрицательный), команда имеет право делать любые ставки от 1-ой до 5 монет.

Часть 3. Правила торгов, вариант 2. Дискретные гонки

Во время решения задач блока каждые 2–3 минуты объявляется приём ответов по какой-то задаче. **Ответы сдаются в письменном виде на клочках бумаги. За каждый сданный ответ с команды снимается 1 балл.** Жюри проверяет ответы и объявляет командам, что наилучший на данный момент ответ такой-то, и записывает его на доску. Через несколько минут снова объявляется приём ответов по этой задаче, и так далее.

Через какое-то время объявляется, что осталось 5 минут и по каждой задаче ответы будут приниматься в последний раз.

Победитель по задаче зарабатывает 7 баллов.

Часть 4. Общий зачёт — одинаковый для обоих вариантов

На доске ведётся табличка с результатами ВСЕХ команд по ВСЕМ задачам. В конце игры подсчитываются результаты, например, по такой схеме: за лучший результат по задаче [количество команд] баллов, за второй — на один балл меньше, и так далее. Если, например, третьих результатов несколько, то все они получают одинаковое число баллов.

Математический аукцион: правила для участников

Команда может состоять из двух, трёх или четырёх человек.

В каждой задаче нужно будет придумать пример с *как можно большим* или *как можно меньшим* значением чего-либо.

Доказывать, что ваш пример наибольший или наименьший, **сегодня не требуется!** Баллы за доказательство начисляться не будут!

Важно проверять, что ваш пример пусть и не наилучший, но **подходит под условие задачи!** Вы потеряте баллы, если сдадите неправильный пример.

Победители будут определяться в трёх номинациях: отдельно за победу в каждой задаче, в конце игры за наибольший капитал и в конце игры за суммарное число баллов по всем задачам.

Математический аукцион: правила для участников

Команда может состоять из двух, трёх или четырёх человек.

В каждой задаче нужно будет придумать пример с *как можно большим* или *как можно меньшим* значением чего-либо.

Доказывать, что ваш пример наибольший или наименьший, **сегодня не требуется!** Баллы за доказательство начисляться не будут!

Важно проверять, что ваш пример пусть и не наилучший, но **подходит под условие задачи!** Вы потеряте баллы, если сдадите неправильный пример.

Победители будут определяться в трёх номинациях: отдельно за победу в каждой задаче, в конце игры за наибольший капитал и в конце игры за суммарное число баллов по всем задачам.

Математический аукцион: правила для участников

Команда может состоять из двух, трёх или четырёх человек.

В каждой задаче нужно будет придумать пример с *как можно большим* или *как можно меньшим* значением чего-либо.

Доказывать, что ваш пример наибольший или наименьший, **сегодня не требуется!** Баллы за доказательство начисляться не будут!

Важно проверять, что ваш пример пусть и не наилучший, но **подходит под условие задачи!** Вы потеряте баллы, если сдадите неправильный пример.

Победители будут определяться в трёх номинациях: отдельно за победу в каждой задаче, в конце игры за наибольший капитал и в конце игры за суммарное число баллов по всем задачам.

Математический аукцион: правила для участников

Команда может состоять из двух, трёх или четырёх человек.

В каждой задаче нужно будет придумать пример с *как можно большим* или *как можно меньшим* значением чего-либо.

Доказывать, что ваш пример наибольший или наименьший, **сегодня не требуется!** Баллы за доказательство начисляться не будут!

Важно проверять, что ваш пример пусть и не наилучший, но **подходит под условие задачи!** Вы потеряте баллы, если сдадите неправильный пример.

Победители будут определяться в трёх номинациях: отдельно за победу в каждой задаче, в конце игры за наибольший капитал и в конце игры за суммарное число баллов по всем задачам.

Математический аукцион

2014 = 55 – 5 · 5 – 5 – 5 – 5 : 5 + 5 + … + 5 + 5. Получите 2014, используя *как можно меньше* пятёрок (другие цифры использовать нельзя), и в любом количестве скобки и знаки $+, -, \cdot, :, \dots$. В ответе помимо самого примера указывайте, сколько единиц вы использовали. В приведённом примере использовано 409 двоек.

На разные части. Разрежьте квадрат 9×9 на *как можно большее* число различных частей. Части, отличающиеся поворотом или переворачиванием, считаются одинаковыми.

Цепочка из чисел. Расставьте в строку *как можно больше различных двузначных* чисел так, чтобы в любой тройке подряд идущих сумма первых двух делилась на третью. Вот пример такой цепочки из трёхзначных чисел:

$$152, 348, 100, 224$$

здесь $152 + 348 = 500$ — делится на 100, а $348 + 100 = 448$ — делится на 224.

Предложение из разных букв. Составить предложение, состоящее из осмысленных слов, такое, чтобы буквы в нем не повторялись, и чтобы букв в предложении было *как можно больше*.

Целое из дробей. На доске написаны пять дробей: $\frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3}$. Разрешается расставлять между ними скобки и знаки арифметических действий ($+, -, :, \times$). Расставьте знаки так, чтобы получилось целое число. Получите таким способом *как можно большее* целых чисел.

Кони бьют. Расставьте *как можно меньше* коней на доске 8×8 так, чтобы они били все чёрные клетки.

Цепочка из слов. Придумайте как можно более длинную цепочку различных слов русского языка (существительных в единственном числе, именительном падеже, нарицательных), в которой первые три буквы каждого следующего слова совпадали с последними тремя буквами предыдущего (например: корОЛЬ – ОЛЬха).

Истерзанный квадрат. Разрежьте квадрат семью прямолинейными разрезами так, чтобы среди получившихся в результате кусочков было *как можно больше* треугольников.

Нечётные ладьи. Расставьте на шахматной доске как можно большее число ладей так, чтобы каждая била нечётное число других.

Личная олимпиада

- 1** В ряд записаны числа: 15, 16, 17, ..., 39, 40. Сколько их всего?
- 2** Артур, Стёпа и Гриша стоят в круг и играют в мяч, пасуя его по часовой стрелке. Вначале мяч был у Артура и он сделал первый пас Стёпе. У кого он будет после 1001-го паса?
- 3** Как-то раз встретились два островитянина и один сказал другому: «По крайней мере один из нас — лжец». История умалчивает, ответил ли ему на это что-либо собеседник. Тем не менее, определите, кем являются оба.
- 4** Незнайка целую неделю вычислял, сколько получится, если перемножить сто двоек. Когда он закончил вычисления и показал результат Шпунтику, тот сразу сказал, что Незнайкин ответ неверен, поскольку оканчивается на 8. А на какую цифру должен оканчиваться правильный ответ?
- 5** У Миши есть машинка с прицепом, есть маленькая машинка и есть зелёная машинка без прицепа. У Вити есть машинка без прицепа и маленькая зелёная с прицепом, а у Коли — большая машинка и маленькая синяя с прицепом. Однажды Миша, Витя и Коля принесли с собой в детский сад по одной машинке и заметили, что эти машинки одинаковы. Машинку какого вида (по цвету, размеру и наличию прицепа) принесли мальчики в детский сад?
- 6** Инопланетянин со звезды Тау Кита, прилетев на Землю в понедельник, воскликнул: «А!». Во вторник он воскликнул: «АУ!», в среду — «АУУА!», в четверг — «АУУАУАУ!». Что он воскликнет в пятницу?
- 7** Расставьте крестики и нолики в квадрате 5×5 так, чтобы в каждой строке, кроме, быть может, первой, крестиков было бы больше, чем ноликов, а в каждом столбце, кроме, быть может, последнего, ноликов было бы больше, чем крестиков.
- 8** Чебурашка не успел влезть в лифт на первом этаже дома и решил пойти по лестнице. На третий этаж он поднимается за 2 минуты. Сколько времени у него займет подъем до девятого этажа?
- 9** В Лесогории живут только эльфы и гномы. Гномы врут, говоря про своё золото, а в остальных случаях говорят правду. Эльфы врут, говоря про гномов, а в остальных случаях говорят правду. Однажды два лесогорца сказали:
А: Всё моё золото я украл у Дракона.
Б: Ты врёшь.
Определите, эльфом или гномом является каждый из них.
- 10** В фотоателье залетели 50 птиц — 18 скворцов, 17 трясогузок и 15 дятлов. Каждый раз, как только фотограф щёлкнет затвором фотоаппарата, какая-то одна из птичек улетит (насовсем). Сколько кадров сможет сделать фотограф, чтобы быть уверенным: у него останется не меньше 11 птиц какого-то одного вида, и не меньше десяти — какого-то другого?