

Малый мехмат

Занятие №16

преп: Кожевин А. А.

-
1. **(7 класс)** И сказал Кащей Ивану Царевичу: «Жить тебе до завтрашнего утра. Утром явишься пред мои очи, задумаю я три цифры x , y и z . Назовёшь ты мне три числа a , b и c . Выслушаю я тебя и скажу, чему равно $ax + by + cz$. Тогда отгадай, какие цифры x , y , z я задумал. Не отгадаешь — голову с плеч долой!» Запечалился Иван Царевич и пошёл думу думать. Может ли он в живых остаться?
 2. **(7 класс)** Существуют ли два последовательных натуральных числа, сумма цифр каждого из которых делится на 4?
 3. **(7 класс)** Найдите двузначное число, обладающее следующим свойством: если зачеркнуть его последнюю цифру, то получится число в 14 раз меньшее.
 4. **(7 класс)** Шестизначное число начинается с цифры 2. Откинув эту цифру слева и написав её справа, получим число, которое в 3 раза больше первоначального. Найдите первоначальное число.
 5. Имеется n стульев, стоящих в ряд, и n различных людей, которые могут сидеть на этих стульях. Сколькими различными способами их можно рассадить по стульям? Это число перестановок из n элементов — P_n .
 6. Имеется n стульев, стоящих в ряд, и m различных людей ($m \leq n$), которые могут сидеть на этих стульях. Сколькими различными способами их можно рассадить по стульям? Это число размещений из n элементов по m — A_n^m .
 7. Имеется n стульев, стоящих в ряд, и m людей ($m \leq n$), которые могут сидеть на этих стульях. Предположим, что эти люди одинаковы. Сколькими различными способами их можно рассадить по стульям? Это число сочетаний из n элементов по m — C_n^m .
 8. **(8-9 класс)** Вычеркните из произведения $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 99! \cdot 100!$ один из факториалов, чтобы оставшееся произведение было квадратом целого числа.
 9. **(8-9 класс)** Докажите, что последовательности, заданные следующими формулами, являются убывающими:
 - (a) $a_n = \frac{2n+9}{n+3}$
 - (b) $a_n = \frac{n}{n^2+1}$
 10. **(8-9 класс)** Будет ли последовательность возрастающей или убывающей?
 - (a) $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$
 - (b) $a_1 = \sqrt{2}, a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$