

# Малый мехмат

## Занятие №12

преп: Кожевин А. А.

---

1. Шахматный конь стоит в левом нижнем углу доски. Может ли он через
  - (a) 4,
  - (b) 5,
  - (c) 2015,ходов вернуться на исходное поле?
2. Расставьте на шахматной доске 32 коня так, чтобы каждый из них бил ровно двух других.
3. План Бесконечного города имеет вид бесконечного листа клетчатой бумаги. Совершая инспекционную поездку по городу, губернатор на каждом перекрёстке поворачивал под прямым углом либо налево, либо направо. Через некоторое время шофёр губернатора заметил, что они едут по дороге, по которой они уже проезжали. Докажите, что они едут в ту же сторону, что и в первый раз.
4. На доске написано число. За один ход к нему можно прибавить любой его собственный (т. е. отличный от единицы и самого числа) делитель и написать результат на доске вместо исходного числа. Опишите все числа, которые можно за несколько таких ходов получить из числа 4.
5. Клетки доски  $4 \times 4$  раскрашены в 4 цвета так, что в каждом квадратике  $2 \times 2$  все клетки разного цвета. Могут ли угловые клетки
  - (a) на одной стороне,
  - (b) на одной диагоналибыть одного цвета?
6. На вешалке висят 20 платков. 17 девочек по очереди подходят к вешалке, и каждая либо снимает, либо вешает ровно один платок. Может ли после ухода девочек на вешалке остаться 10 платков? А сколько могло быть девочек, если осталось 10 платков?
7. 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке? Попробуйте описать все расположения фишек, которые можно получить с помощью таких операций.
8. Среди математиков каждый седьмой - философ, а среди философов каждый девятый - математик. Кого больше: философов или математиков?
9. Докажите, что среди любых 7 целых чисел найдутся одно или несколько, сумма которых делится на 7.