

Малый мехмат

Занятие №17

преп: Кожевин А. А.

Принцип Дирихле

- а) Докажите, что в любой футбольной команде есть два игрока, которые родились в один и тот же день недели.
б) Докажите, что среди жителей Москвы найдутся десять тысяч, празднующих день рождения в один и тот же день.
- На плоскости нарисовано 12 прямых, проходящих через точку О. Верно ли, что можно выбрать две из них так, что угол между ними будет меньше 17 градусов?
- Если класс из 30 человек рассадить в зале кинотеатра, то в любом случае хотя бы в одном ряду окажется не менее двух одноклассников. Если то же самое проделать с классом из 26 человек, то по крайней мере три ряда окажутся пустыми. Сколько рядов в зале?
- На планете Тау Кита суша занимает больше половины всей площади. Доказать, что таукитяне могут прорыть через центр планеты шахту, соединяющую сушу с сушей.
- а) Докажите, что среди любых 2008 целых чисел найдутся два, разность которых кратна 2007.
б) Докажите, что среди степеней двойки есть две, разность которых делится на 2008.
- В шкатулке 101 пуговица, каждая окрашена в один из 11 цветов. Докажите, что либо среди этих пуговиц найдутся 11 пуговиц одного цвета, либо 11 пуговиц разных цветов.
- В алфавите языка племени Ни-Бум-Бум 22 согласных и 11 гласных, причем словом в этом языке называется произвольное буквосочетание, в котором нет двух согласных подряд и ни одна буква не использована дважды. Буквы алфавита разбили на 6 непустых групп. Докажите, что из всех букв одной из групп можно составить слово.
- (8-9 класс)** Вычеркните из произведения $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 99! \cdot 100!$ один из факториалов, чтобы оставшееся произведение было квадратом целого числа.