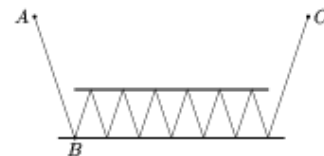


# Малый мехмат

## Занятие №18

преп: Кожевин А. А.

1. Два зеркала расположены горизонтально одно над другим. Луч света выпустили из точки  $A$  в точку  $B$ . Отражаясь от зеркал по закону «угол падения равен углу отражения», луч попал в точку  $C$  (смотрите рисунок). Попадёт ли луч в точку  $C$ , если увеличить расстояние между зеркалами вдвое, подняв верхнее зеркало? Если да, то как изменится длина пути света (от  $A$  до  $C$ )?



2. Торговец принёс на рынок мешок орехов. Первый покупатель купил 1 орех, второй — 2 ореха, третий — 4, и так далее: каждый следующий покупатель покупал вдвое больше орехов, чем предыдущий. Орехи, купленные последним, весили 50 кг, после чего у торговца остался один орех. Сколько килограммов орехов было у торговца вначале? (Все орехи одинаковые)
3. (а) Фабрика игрушек выпускает разноцветные треугольные пирамидки (одного размера). У каждой пирамидки 4 равносторонних грани: желтая, красная, синяя и зелёная. Сколько разных видов пирамидок может выпускать эта фабрика?
- (б) Тот же вопрос, если фабрика выпускает кубики (одного размера) с желтой, красной, синей, зелёной, белой и чёрной гранями.
4. Как, имея лишь два сосуда ёмкостью 3 литра и 5 литров, набрать (в один из них) из крана 4 литра воды?
5. После семи стирок и длина, и ширина, и высота куска мыла уменьшились вдвое. На сколько стирок хватит оставшегося куска?
6. У Пети 25 одноклассников, причём они имеют разное число друзей в этом классе. Сколько из них дружит с Петей?
7. Решите уравнения в целых числах

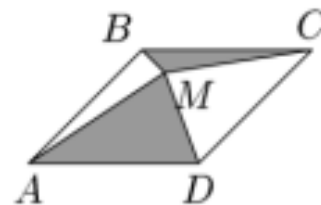
(а)  $(2x + y)(5x + 3y) = 7$ ,

(б)  $xy = x + y + 3$ ,

(с)  $x^2 = 15 + y^2$ ,

(d)  $x^2 + y^2 = x + y + 2$ ,

(е)  $3x + 5y = xy$



8. (а) На стороне  $AD$  параллелограмма  $ABCD$  взята точка  $M$ . Площадь треугольника  $BMC$  равна  $S$ . Какова площадь параллелограмма?
- (б) Пусть теперь точка  $M$  взята внутри параллелограмма и соединена со всеми вершинами (см. рисунок). Площадь заштрихованной части параллелограмма равна  $S$ . Найдите площадь параллелограмма.
9. Докажите, что медианы делят треугольник на 6 равновеликих треугольников.